

Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

Р.М.Літнарівич

МАТЕМАТИКА
Довідник з виконання модульної контрольної
роботи за другий семестр



Рівне, 2009

Літнарівич Р.М. Математика. Довідник з виконання модульної контрольної роботи за другий семестр . МEGУ, Рівне, 2009, -33с,

Рецензенти:

В.О.Боровий, доктор технічних наук, професор

В.Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор

Є.С.Парняков, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

В даному довіднику приведено 40 варіантів завдань для виконання підсумкової контрольної роботи за другий семестр. Даються вичерпні відповіді по кожному варіанту виконання контрольної роботи.

Сподіваюсь, що дане видання стане добрим помічником і полегшить опанування курсу математики студентами педагогічного факультету Інституту педагогіки МEGУ.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів

© Літнарівич Р.М.

Зміст

Передмова	4
1. Вихідні дані	5
2. Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера	6
3.Рішення системи лінійних рівнянь за допомогою оберненої матриці.....	10
4. Варіанти контрольних робіт.....	12

Передмова

За результатами вивчення теоретичного курсу «Алгебра матриць» та виконання практичних робіт по даному курсу в кінці другого семестру студенти стаціонарної і заочної форм навчання, а також, студенти дистанційної форми навчання, виконують підсумкову контрольну роботу .

Студентам пропонується система із 5 лінійних рівнянь. Необхідно знайти розв'язок системи рівнянь за формулами Крамера і за допомогою оберненої матриці. Відповіді студенти зможуть проконтролювати по даній книзі. Крім того, студенти повинні самі проконтролювати обчислення, множачи матрицю коефіцієнтів початкових рівнянь на вектор визначених раніше невідомих. В результаті отримують вектор вільних членів L і порівнюють результати.

1. Вихідні дані

Знайти розв'язок системи рівнянь: 1) за формулами Крамера, 2) знаходячи обернену матрицю. Дані взяті із табл.1, вважаючи, що рядок таблиці відповідає рівнянню. Наприклад, другий рядок: $3x_1 + x_3 + x_4 = 0$. Системи рівнянь складаються із рядків згідно номеру варіанта.

Таблиця 1. Варіанти виконання контрольної роботи

№варіанта,рядки	№п.п.	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	=
1 (1,2,3,4,5)	1	1	-1	2	0	0	3
2 (6,7,8,9,10)	2	3	0	1	1	0	0
3(11,12,13,14,15)	3	1	-2	3	1	0	5
4(16,17,18,19,20)	4	3	5	-1	3	1	0
5 (2,3,4,5,6)	5	7	-4	2	5	0	0
6 (7,8,9,10,11)	6	3	-1	-2	0	0	-1
7(12,13,14,15,16)	7	2	0	2	1	1	0
8 (3,4,5,6,7)	8	0	-4	1	2	0	0
9 (8,9,10,11,12)	9	1	3	3	0	0	6
10(13,14,15,16,17)	10	4	1	2	0	4	1
11 (18,19,20,1,2)	11	2	-1	0	0	2	-6
12 (4,5,6,7,8)	12	4	2	1	-1	0	0
13 (9,10,11,12,13)	13	0	6	4	1	0	2
14(14,15,16,17,18)	14	3	-2	1	0	2	0
15 (19,20,1,2,3)	15	2	4	0	0	4	5
16 (5,6,7,8,9)	16	1	-3	1	-2	0	0
17(10,11,12,13,14)	17	2	4	2	1	0	0
18(15,16,17,18,19)	18	0	4	1	3	0	0
19 (20,1,2,3,4)	19	-1	2	6	2	0	0
20 (6,7,8,9,10)	20	3	4	-2	0	1	2
21(22,23,24,25,26)	21	1	-1	2	0	0	3
22(27,28,29,30,31)	22	3	0	1	1	0	0
23(32,33,34,35,36)	23	1	-2	3	1	0	5
24(37,38,39,40,21)	24	3	5	-1	3	1	0
25(23,24,25,26,27)	25	7	-4	2	5	0	0
26(28,29,30,31,32)	26	3	-1	-2	0	0	-1
27(33,34,35,36,37)	27	2	0	2	1	1	0
28(38,39,40,21,22)	28	0	-4	1	2	0	0
29(24,25,26,27,28)	29	1	3	3	0	0	6
30(29,30,31,32,33)	30	4	1	2	0	4	1
31(34,35,36,37,38)	31	2	-1	0	0	2	-6
32(39,40,21,22,23)	32	4	2	1	-1	0	0
33(25,26,27,28,29)	33	0	6	4	1	0	2
34(30,31,32,33,34)	34	3	-2	1	0	2	0
35(35,36,37,38,39)	35	2	4	0	0	4	5
36(40,21,22,23,24)	36	1	-3	1	-2	0	0
37(21,22,23,24,25)	37	2	4	2	1	0	0
38(26,27,28,29,30)	38	0	4	1	3	0	0
39(31,32,33,34,35)	39	-1	2	6	2	0	0
40(36,37,38,39,40)	40	3	4	-2	0	1	2

2.Рішення системи лінійних рівнянь

способом Крамера

Нехай, маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Для того, щоб із цієї системи визначити невідомі x_i , складемо із коефіцієнтів при невідомих визначник Δ , який називається визначником системи рівнянь (5.1)

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (2.2)$$

Помножимо ліву і праву частини рівності (2.2) на x_i . В лівій частині будемо мати Δx_i , в правій же частині введемо у всі члени i -го стовпчика визначника a_{ki} множник x_i

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i}x_i & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i}x_i & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni}x_i & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (2.3)$$

Після до i -го стовпчика визначника (2.3) додамо всі інші стовпчики, помножені відповідно на x_1, x_2, \dots, x_n . Величина визначника від цього не зміниться. Тоді i -й стовпчик представить собою ліву частину системи рівнянь (2.1).

Замінімо його вільними членами цієї системи і позначимо через

Δ_i

$$\Delta \cdot x_i = \Delta_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (2.4)$$

Звідки:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}} \quad (2.5)$$

Формула (2.5) дає можливість визначити кожне невідоме системи лінійних рівнянь (2.1).

Якщо вільні члени системи лінійних рівнянь рівні нулю, то вона буде системою лінійних однорідних рівнянь.

Система лінійних однорідних рівнянь може мати рішення відмінне від нульового, якщо визначник системи Δ рівний нулю.

Для системи чотирьох лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= b_3, \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= b_4 \end{aligned} \quad (2.6)$$

якщо визначник системи Δ не дорівнює нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \neq 0, \quad (2.7)$$

то система визначена і по Крамеру її невідомі виражаються формулами

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (2.8)$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (2.9)$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (2.10)$$

$$x_4 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (2.11)$$

Як бачимо, що

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (2.12)$$

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\Delta x_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (2.14)$$

$$\Delta x_4 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}, \quad (2.15)$$

Приведемо матрицю коефіцієнтів А початкових рівнянь і вектор вільних членів L контрольної роботи першого варіанту

1варіант	Коефіцієнти рівнянь					Вільні члени F
A	B	C	D	E	F	
3	1	-1	2	0	0	3
4	3	0	1	1	0	0
5	1	-2	3	1	0	5
6	3	5	-1	3	1	0
7	7	-4	2	5	0	0

На комп'ютері в редакторі Microsoft Office Excel набиваємо вихідні дані. В довільній клітинці записується формула розрахунку визначника
Знак дорівнює необхідно ставити для того, щоб процесор налаштувався на роботу з числовим масивом.

$$=\text{МОПРЕД}(\text{A3:E7}) \quad (2.16)$$

МОПРЕД набирається на російській мові. Після відкривають дужку і на англійській мові задається крайній лівий верхній кут числового масиву (в нашому випадку А3) і крайній правий нижній кут (Е7). Як тільки ми задаємо розміри масиву, зразу ж синім кольором на дисплеї окреслиться даний числовий масив.

Дві крапки, також, ставляться з англійського шрифту.

Деякі студенти замість двокрапки ставлять крапку з комою і навіть тире, що призводить до спотворених результатів.

При наборі визначника необхідно цілі числа відділяти комою із числового ряду. Помилкою студентів є виділення цілих чисел від їх долей комою із буквенного ряду. При цьому комп'ютер не може працювати з таким масивом.

В нашому випадку отримали D= -20.

Підставляючи вектор вільних членів F в перший стовпчик А , за формулою (2.16), отримаємо $\Delta 1= 13$. Тоді $X1=\Delta 1/D=13/-20= - 0.65$.

Підставляючи вектор вільних членів L послідовно в стовпчики В, С, D, E , за формулою (2.16) , отримаємо $X2= -0.05$, $X3= 1.80$, $X4=0.15$, $X5= 3.55$.

3. Рішення системи лінійних рівнянь за допомогою

оберненої матриці

В подальшому розраховується обернена матриця коефіцієнтів початкових рівнянь. Натиском лівої кнопки мишки виділяється масив 5x5 клітинок. У стрічці формул або у крайній лівій верхній клітинці виділеного масиву набирається формула

$$= \text{МОБР}(A3:E7). \quad (2.17)$$

Натискаються клавіші F2, Ctrl, Shift, Enter. При цьому, утримуючи натиснуту клавішу Ctrl, натискається клавіша Shift, і утримуючи натиснутими ці дві клавіші, додатково натискається клавіша Enter.

В нашому випадку отримуємо $A^{-1} =$

0,7	0,05	-0,55	0	0,1
-1,1	0,85	0,65	0	-0,3
-0,4	0,4	0,6	0	-0,2
-1,7	0,45	1,05	0	-0,1
8,1	-5,35	-4,15	1	1,3

Вектор невідомих знаходять за формулою

$$X = A^{-1} * L. \quad (2.18)$$

При цьому використовуємо формулу

$$= \text{МУМНОЖ}(N3:L7;F3:F7), \quad (2.19)$$

натискаючи клавіші F2, Ctrl, Shift, Enter.

Замітимо, що вектор вільних членів знаходиться в діапазоні (F3:F7).

Контроль обчислень виконується за формулою

$$L = A * X. \quad (2.20)$$

$$= \text{МУМНОЖ}(A3:E7;N3:N7), \quad (2.21)$$

де діапазоном (N3:N7) виділений вектор невідомих X.

В нашому випадку отримали

Контроль
3
2,66454E-15
5
5,32907E-15
1,77636E-15

4. Варіанти контрольних робіт

2варіант	A					L
3	-1	-2	0	0	-1	
2	0	2	1	1	0	
0	-4	1	2	0	0	
1	3	3	0	0	6	
4	1	2	0	4	1	

Обернена матриця

0,36	-0,48	0,24	0,4	0,12
-0,32	1,76	-0,88	-0,8	-0,44
0,2	-1,6	0,8	1	0,4
-0,74	4,32	-1,66	-2,1	-1,08
-0,38	0,84	-0,42	-0,7	0,04

Вектор невідомих і контроль рішення системи

2,16	-1
-4,92	1,77636E-15
6,2	0
-12,94	6
-3,78	1

Зваріант

2	-1	0	0	2	-6
4	2	1	-1	0	0
0	6	4	1	0	2
3	-2	1	0	2	0
2	4	0	0	4	5

2,8	0,3	0,3	-1,5	-0,65
0,6	0,1	0,1	-0,5	-0,05
-3,2	-0,2	-0,2	2	0,6
9,2	0,2	1,2	-5	-2,1
-2	-0,25	-0,25	1,25	0,625
	-19,45		-6	

-3,65	1,42109E-14
21,8	2
-63,3	1,42109E-14
14,625	5

0,1375	0
-1,2875	5
1,35	0
-1,7625	-1,77636E-15
12,6625	-1

4варіант

1	-3	1	-2	0	0
2	4	2	1	0	0
0	4	1	3	0	0
-1	2	6	2	0	0
3	4	-2	0	1	2

6варіант	2	0	2	1	1	0
	0	-4	1	2	0	0
	1	3	3	0	0	6
	4	1	2	0	4	1
	2	-1	0	0	2	-6

0,707692	0,030769	0,615385	-0,23077	0
-0,56923	0,323077	-0,53846	0,076923	0
0,061538	0,046154	-0,07692	0,153846	0
0,738462	-0,44615	1,076923	-0,15385	0
0,276923	-1,29231	0,153846	0,692308	1

0,857143	-0,42857	0,142857	-0,85714	1,285714
0,571429	-0,28571	-0,57143	0,428571	-1,14286
-0,85714	0,428571	0,857143	-0,14286	0,714286
1,571429	-0,28571	-1,57143	0,928571	-2,64286
-0,57143	0,285714	-0,42857	1,071429	-1,35714

0	0
0	0
0	0
0	0
2	2

-7,71429	1,77636E-15
3,857143	3,55271E-15
0,714286	6
7,357143	1
6,642857	-6

5варіант

3	0	1	1	0	0
1	-2	3	1	0	5
3	5	-1	3	1	0
7	-4	2	5	0	0
3	-1	-2	0	0	-1

7варіант	4	2	1	-1	0	0
	0	6	4	1	0	2
	3	-2	1	0	2	0
	2	4	0	0	4	5
	1	-3	1	-2	0	0

0,3125	0,0625	0	-0,075	0,175
0,4375	-0,3125	0	-0,025	-0,275
0,25	0,25	0	-0,1	-0,1
-0,1875	-0,4375	0	0,325	-0,425
-2,3125	2,9375	1	-0,725	2,025

0,218447	-0,0534	0,131068	-0,06553	-0,13592
0,082524	0,024272	-0,15049	0,075243	-0,02913
-0,1068	0,203883	0,135922	-0,06796	0,15534
-0,06796	0,038835	0,359223	-0,17961	-0,4466

-0,19175	0,002427	0,084951	0,207524	0,097087
----------	----------	----------	----------	----------

-0,43447	0
0,424757	2
0,067961	4,44089E-16
-0,82039	5
1,042476	4,44089E-16

8варіант

1	-2	3	1	0	5
3	5	-1	3	1	0
7	-4	2	5	0	0
3	-1	-2	0	0	-1
2	0	2	1	1	0

0,772727	0,227273	-0,24545	0,572727	-0,22727
0,681818	0,318182	-0,26364	0,281818	-0,31818
0,818182	0,181818	-0,23636	0,218182	-0,18182
-0,86364	-0,13636	0,427273	-0,66364	0,136364
-2,31818	-0,68182	0,536364	-0,91818	1,681818

3,290909	5
3,127273	-1,77636E-15
3,872727	3,55271E-15
-3,65455	-1
-10,6727	-1,77636E-15

9варіант

0	-4	1	2	0	0
1	3	3	0	0	6
4	1	2	0	4	1
2	-1	0	0	2	-6
4	2	1	-1	0	0

0,2	-0,6	0,6	-1,2	0,4
0,133333	-1,06667	1,4	-2,8	0,266667

-0,2	1,6	-1,6	3,2	-0,4
0,866667	-2,93333	3,6	-7,2	0,733333
-0,13333	0,066667	0,1	0,3	-0,26667

4,2	0
11,8	6
-11,2	1
29,2	-6
-1,3	-3,55271E-15

10варіант

0	6	4	1	0	2
3	-2	1	0	2	0
2	4	0	0	4	5
1	-3	1	-2	0	0
2	4	2	1	0	0

-0,25	-9,3E-17	-1,9E-17	0,1	0,45
-0,05	-0,2	0,1	0,06	0,17
0,3	0,2	-0,1	0,04	-0,22
0,1	0,4	-0,2	-0,52	-0,14
0,175	0,2	0,15	-0,11	-0,395

-0,5	2
0,4	0
0,1	5
-0,8	4,44089E-16
1,1	-6,66134E-16

11варіант

0	4	1	3	0	0
-1	2	6	2	0	0
3	4	-2	0	1	2
1	-1	2	0	0	3
3	0	1	1	0	0

-0,8	0,6	0	-2	1,2
-1,8	1,6	0	-5	2,2
-0,5	0,5	0	-1	0,5
2,9	-2,3	0	7	-3,1
8,6	-7,2	1	24	-11,4

-6
-15
-3
21
74

0
0
2
3

-1,42109E-14

12варіант

3	5	-1	3	1
7	-4	2	5	0
3	-1	-2	0	0
2	0	2	1	1
0	-4	1	2	0

0
0
-1
0
0

-0,0625	0,11	0,0975	0,0625	-0,2125
0,0625	0,05	-0,1375	-0,0625	-0,1875
-0,125	0,14	-0,285	0,125	-0,225
0,1875	0,03	-0,1325	-0,1875	0,2375
0,1875	-0,53	0,5075	0,8125	0,6375

-0,0975
0,1375
0,285
0,1325
-0,5075

0
0
-1
1,11022E-16
0

13варіант

1	3	3	0	0
4	1	2	0	4
2	-1	0	0	2
4	2	1	-1	0

6
1
-6
0

0	6	4	1	0
---	---	---	---	---

2

0,076923	-0,69231	1,384615	0,230769	0,230769
-0,61538	0,538462	-1,07692	0,153846	0,153846
0,923077	-0,30769	0,615385	-0,23077	-0,23077
0	-2	4	0	1
-0,38462	0,961538	-1,42308	-0,15385	-0,15385

-8,07692
3,615385
1,076923
-24
6,884615

6
1
-6
7,10543E-15
2

14варіант

3	-2	1	0	2
2	4	0	0	4
1	-3	1	-2	0
2	4	2	1	0
0	4	1	3	0

0
5
0
0
0

0,375	-0,1875	-0,7	0,475	-0,625
-0,125	0,0625	-0,1	0,175	-0,125
-0,25	0,125	1	-0,25	0,75
0,25	-0,125	-0,2	-0,15	0,25
-0,0625	0,28125	0,45	-0,4125	0,4375

-0,9375
0,3125
0,625
-0,625
1,40625

0
5
4,44089E-16
-4,44089E-16
-4,44089E-16

15варіант

-1	2	6	2	0
3	4	-2	0	1

0
2

1	-1	2	0	0	3
3	0	1	1	0	0
1	-2	3	1	0	5

-0,04762	0	0,285714	0,285714	-0,19048
0,142857	0	0,142857	0,142857	-0,42857
0,095238	0	0,428571	-0,07143	-0,11905
0,047619	0	-1,28571	0,214286	0,690476
-0,2381	1	-0,57143	-1,57143	2,047619

-0,09524
-1,71429
0,690476
-0,40476
10,52381

-1,77636E-15
2
3
3,33067E-16
5

16варіант

7	-4	2	5	0	0
3	-1	-2	0	0	-1
2	0	2	1	1	0
0	-4	1	2	0	0
1	3	3	0	0	6

-0,06	0,39	0	0,15	0,25
0,22	-0,43	0	-0,55	-0,25
-0,2	0,3	0	0,5	0,5
0,54	-1,01	0	-0,85	-0,75
-0,02	-0,37	1	-0,45	-0,75

1,11
-1,07
2,7
-3,49
-4,13

3,55271E-15
-1
8,88178E-16
0
6

17варіант

4	1	2	0	4	1
2	-1	0	0	2	-6
4	2	1	-1	0	0
0	6	4	1	0	2
3	-2	1	0	2	0

-0,61905	1,190476	0,238095	0,238095	0,047619
-0,04762	0,47619	0,095238	0,095238	-0,38095
0,571429	-1,71429	-0,14286	-0,14286	0,571429
-2	4	2,34E-16	1	0
0,595238	-0,45238	-0,19048	-0,19048	-0,2381

-7,28571
-2,71429
10,57143
-24
2,928571

1
-6
0
2
8,88178E-16

18варіант

2	4	0	0	4	5
1	-3	1	-2	0	0
2	4	2	1	0	0
0	4	1	3	0	0
-1	2	6	2	0	0

0	0,707692	0,030769	0,615385	-0,23077
0	-0,56923	0,323077	-0,53846	0,076923
0	0,061538	0,046154	-0,07692	0,153846
0	0,738462	-0,44615	1,076923	-0,15385
0,25	0,215385	-0,33846	0,230769	0,038462

0
0
0
0
1,25

5
0
0
0
0

19варіант

3	4	-2	0	1	2
1	-1	2	0	0	3
3	0	1	1	0	0
1	-2	3	1	0	5
3	5	-1	3	1	0

0,125	-0,125	0,375	0	-0,125
-0,375	1,375	-0,125	-1	0,375
-0,25	1,25	-0,25	-0,5	0,25
-0,125	-0,875	0,125	0,5	0,125
1,625	-2,625	-1,125	3	-0,625

-0,125
-1,625
0,75
-0,375
10,375

2
3
-4,44089E-16
5
0

20варіант

3	-1	-2	0	0	-1
2	0	2	1	1	0
0	-4	1	2	0	0
1	3	3	0	0	6
4	1	2	0	4	1

0,36	-0,48	0,24	0,4	0,12
-0,32	1,76	-0,88	-0,8	-0,44
0,2	-1,6	0,8	1	0,4
-0,74	4,32	-1,66	-2,1	-1,08
-0,38	0,84	-0,42	-0,7	0,04

2,16
-4,92
6,2
-12,94
-3,78

-1
1,77636E-15
0
6
1

21варіант

3	0	1	1	0	0
1	-2	3	1	0	5
3	5	-1	3	1	0
7	-4	2	5	0	0
3	-1	-2	0	0	-1

0,3125	0,0625	0	-0,075	0,175
0,4375	-0,3125	0	-0,025	-0,275
0,25	0,25	0	-0,1	-0,1
-0,1875	-0,4375	0	0,325	-0,425
-2,3125	2,9375	1	-0,725	2,025

0,1375
-1,2875
1,35
-1,7625
12,6625

0
5
0
-1,77636E-15
-1

22варіант

2	0	2	1	1	0
0	-4	1	2	0	0
1	3	3	0	0	6
4	1	2	0	4	1
2	-1	0	0	2	-6

0,857143	-0,42857	0,142857	-0,85714	1,285714
0,571429	-0,28571	-0,57143	0,428571	-1,14286
-0,85714	0,428571	0,857143	-0,14286	0,714286
1,571429	-0,28571	-1,57143	0,928571	-2,64286
-0,57143	0,285714	-0,42857	1,071429	-1,35714

-7,71429
3,857143
0,714286
7,357143

1,77636E-15
3,55271E-15
6
1

6,642857	-6
----------	----

23варіант

4	2	1	-1	0	0
0	6	4	1	0	2
3	-2	1	0	2	0
2	4	0	0	4	5
1	-3	1	-2	0	0

0,218447	-0,0534	0,131068	-0,06553	-0,13592
0,082524	0,024272	-0,15049	0,075243	-0,02913
-0,1068	0,203883	0,135922	-0,06796	0,15534
-0,06796	0,038835	0,359223	-0,17961	-0,4466
-0,19175	0,002427	0,084951	0,207524	0,097087

-0,43447	0
0,424757	2
0,067961	4,44089E-16
-0,82039	5
1,042476	4,44089E-16

24варіант

2	4	2	1	0	0
0	4	1	3	0	0
-1	2	6	2	0	0
3	4	-2	0	1	2
1	-1	2	0	0	3

0,131868	0,10989	-0,23077	0	0,505495
0,241758	-0,13187	0,076923	0	-0,40659
0,054945	-0,12088	0,153846	0	0,043956
-0,34066	0,549451	-0,15385	0	0,527473
-1,25275	-0,04396	0,692308	1	0,197802

1,516484	4,44089E-16
-1,21978	0

0,131868	0
1,582418	2
2,593407	3

25варіант

1	-2	3	1	0	5
3	5	-1	3	1	0
7	-4	2	5	0	0
3	-1	-2	0	0	-1
2	0	2	1	1	0

0,772727	0,227273	-0,24545	0,572727	-0,22727
0,681818	0,318182	-0,26364	0,281818	-0,31818
0,818182	0,181818	-0,23636	0,218182	-0,18182
-0,86364	-0,13636	0,427273	-0,66364	0,136364
-2,31818	-0,68182	0,536364	-0,91818	1,681818

3,290909	5
3,127273	-1,77636E-15
3,872727	3,55271E-15
-3,65455	-1
-10,6727	-1,77636E-15

26варіант

0	-4	1	2	0	0
1	3	3	0	0	6
4	1	2	0	4	1
2	-1	0	0	2	-6
4	2	1	-1	0	0

0,2	-0,6	0,6	-1,2	0,4
0,133333	-1,06667	1,4	-2,8	0,266667
-0,2	1,6	-1,6	3,2	-0,4
0,866667	-2,93333	3,6	-7,2	0,733333
-0,13333	0,066667	0,1	0,3	-0,26667

4,2
11,8
-11,2
29,2
-1,3

0
6
1
-6
-3,55271E-15

8,6	-7,2	1	24	-11,4
-----	------	---	----	-------

-6
-15
-3
21
74

0
0
2
3
-1,42109E-14

27варіант

0	6	4	1	0	2
3	-2	1	0	2	0
2	4	0	0	4	5
1	-3	1	-2	0	0
2	4	2	1	0	0

-0,25	-9,3E-17	-1,9E-17	0,1	0,45
-0,05	-0,2	0,1	0,06	0,17
0,3	0,2	-0,1	0,04	-0,22
0,1	0,4	-0,2	-0,52	-0,14
0,175	0,2	0,15	-0,11	-0,395

-0,5
0,4
0,1
-0,8
1,1

2
0
5
4,44089E-16
-6,66134E-16

28варіант

0	4	1	3	0	0
-1	2	6	2	0	0
3	4	-2	0	1	2
1	-1	2	0	0	3
3	0	1	1	0	0

-0,8	0,6	0	-2	1,2
-1,8	1,6	0	-5	2,2
-0,5	0,5	0	-1	0,5
2,9	-2,3	0	7	-3,1

29варіант

3	5	-1	3	1	0
7	-4	2	5	0	0
3	-1	-2	0	0	-1
2	0	2	1	1	0
0	-4	1	2	0	0

-0,0625	0,11	0,0975	0,0625	-0,2125
0,0625	0,05	-0,1375	-0,0625	-0,1875
-0,125	0,14	-0,285	0,125	-0,225
0,1875	0,03	-0,1325	-0,1875	0,2375
0,1875	-0,53	0,5075	0,8125	0,6375

-0,0975
0,1375
0,285
0,1325
-0,5075

0
0
-1
1,11022E-16
0

30варіант

1	3	3	0	0	6
4	1	2	0	4	1
2	-1	0	0	2	-6
4	2	1	-1	0	0
0	6	4	1	0	2

0,076923	-0,69231	1,384615	0,230769	0,230769
-0,61538	0,538462	-1,07692	0,153846	0,153846

0,923077	-0,30769	0,615385	-0,23077	-0,23077
0	-2	4	0	1
-0,38462	0,961538	-1,42308	-0,15385	-0,15385

-8,07692
3,615385
1,076923
-24
6,884615

6
1
-6
7,10543E-15
2

31варіант

3	-2	1	0	2	0
2	4	0	0	4	5
1	-3	1	-2	0	0
2	4	2	1	0	0
0	4	1	3	0	0

0,375	-0,1875	-0,7	0,475	-0,625
-0,125	0,0625	-0,1	0,175	-0,125
-0,25	0,125	1	-0,25	0,75
0,25	-0,125	-0,2	-0,15	0,25
-0,0625	0,28125	0,45	-0,4125	0,4375

-0,9375
0,3125
0,625
-0,625
1,40625

0
5
4,44089E-16
-4,44089E-16
-4,44089E-16

32варіант

-1	2	6	2	0	0
3	4	-2	0	1	2
1	-1	2	0	0	3
3	0	1	1	0	0
1	-2	3	1	0	5

-0,04762	0	0,285714	0,285714	-0,19048
0,142857	0	0,142857	0,142857	-0,42857
0,095238	0	0,428571	-0,07143	-0,11905
0,047619	0	-1,28571	0,214286	0,690476
-0,2381	1	-0,57143	-1,57143	2,047619

-0,09524
-1,71429
0,690476
-0,40476
10,52381

-1,77636E-15
2
3
3,33067E-16
5

33варіант

7	-4	2	5	0	0
3	-1	-2	0	0	-1
2	0	2	1	1	0
0	-4	1	2	0	0
1	3	3	0	0	6

-0,06	0,39	0	0,15	0,25
0,22	-0,43	0	-0,55	-0,25
-0,2	0,3	0	0,5	0,5
0,54	-1,01	0	-0,85	-0,75
-0,02	-0,37	1	-0,45	-0,75

1,11
-1,07
2,7
-3,49
-4,13

3,55271E-15
-1
8,88178E-16
0
6

34варіант

4	1	2	0	4	1
2	-1	0	0	2	-6
4	2	1	-1	0	0
0	6	4	1	0	2

$$\begin{array}{ccccc|c} 3 & -2 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{array}$$

-0,61905	1,190476	0,238095	0,238095	0,047619	
-0,04762	0,47619	0,095238	0,095238	-0,38095	
0,571429	-1,71429	-0,14286	-0,14286	0,571429	
	-2	4	2,34E-16	1	0
0,595238	-0,45238	-0,19048	-0,19048	-0,2381	

-7,28571
-2,71429
10,57143
-24
2,928571

1
-6
0
2
8,88178E-16

35варіант

$$\begin{array}{ccccc|c} 2 & 4 & 0 & 0 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 6 & 2 & 0 & 0 \end{array}$$

0	0,707692	0,030769	0,615385	-0,23077
0	-0,56923	0,323077	-0,53846	0,076923
0	0,061538	0,046154	-0,07692	0,153846
0	0,738462	-0,44615	1,076923	-0,15385
0,25	0,215385	-0,33846	0,230769	0,038462

0
0
0
0
1,25

5
0
0
0
0

36варіант

$$\begin{array}{ccccc|c} 3 & 4 & -2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc|c} 3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & -1 & 3 & 1 & 0 \end{array}$$

0,125	-0,125	0,375	0	-0,125
-0,375	1,375	-0,125	-1	0,375
-0,25	1,25	-0,25	-0,5	0,25
-0,125	-0,875	0,125	0,5	0,125
1,625	-2,625	-1,125	3	-0,625

-0,125
-1,625
0,75
-0,375
10,375

2
3
-4,44089E-16
5
0

37варіант

$$\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & -1 & 3 & 1 & 0 \\ 7 & -4 & 2 & 5 & 0 & 0 \end{array}$$

0,7	0,05	-0,55	0	0,1
-1,1	0,85	0,65	0	-0,3
-0,4	0,4	0,6	0	-0,2
-1,7	0,45	1,05	0	-0,1
8,1	-5,35	-4,15	1	1,3

-0,65
-0,05
1,8
0,15
3,55

3
2,66454E-15
5
5,32907E-15
1,77636E-15

38варіант

3	-1	-2	0	0	-1
2	0	2	1	1	0
0	-4	1	2	0	0
1	3	3	0	0	6
4	1	2	0	4	1

0,36	-0,48	0,24	0,4	0,12
-0,32	1,76	-0,88	-0,8	-0,44
0,2	-1,6	0,8	1	0,4
-0,74	4,32	-1,66	-2,1	-1,08
-0,38	0,84	-0,42	-0,7	0,04

2,16
-4,92
6,2
-12,94
-3,78

-1
1,77636E-15
0
6
1

39варіант					
2	-1	0	0	2	-6
4	2	1	-1	0	0
0	6	4	1	0	2
3	-2	1	0	2	0
2	4	0	0	4	5

2,8	0,3	0,3	-1,5	-0,65
0,6	0,1	0,1	-0,5	-0,05
-3,2	-0,2	-0,2	2	0,6
9,2	0,2	1,2	-5	-2,1
-2	-0,25	-0,25	1,25	0,625

-19,45
-3,65
21,8
-63,3

-6
1,42109E-14
2
1,42109E-14

14,625	5
--------	---

40варіант					
1	-3	1	-2	0	0
2	4	2	1	0	0
0	4	1	3	0	0
-1	2	6	2	0	0
3	4	-2	0	1	2

0,707692	0,030769	0,615385	-0,23077	0
-0,56923	0,323077	-0,53846	0,076923	0
0,061538	0,046154	-0,07692	0,153846	0
0,738462	-0,44615	1,076923	-0,15385	0
0,276923	-1,29231	0,153846	0,692308	1

0
0
0
0
2

0
0
0
0
2

ЛІТЕРАТУРА

1. Математика: Підручник/О.М.Афанасьєва, Я.С.Бродський, О.Л. Павлов, А.К.Сліпенко. – 2-ге видання, стер. – К.: Вища школа, 2002, - 447 с.
2. Соколенко О.І. Вища математика. Підручник. – К.: Академія, 2003, 432 с.
3. Козира М.В. Елементарна та вища математика: Довідник для учнів, вступників до вузів, студентів. – Тернопіль: СМП „Астон”, 2004, - 100 с.
4. Літнарвич Р. М. Лінійна алгебра. Елементи теорії визначників. Курс лекцій. МEGУ, Рівне, 2006, – 72с.
5. Літнарвич Р. М. Алгебра матриць. Курс лекцій. МEGУ, Рівне, 2007, -112 с.
6. Літнарвич Р.М. Спосіб найменших квадратів і його використання для обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів. Курс лекцій. Ч.1. МEGУ, Рівне, 2006, - 75 с.
7. Літнарвич Р.М. Застосування способу найменших квадратів до обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів. Ч.2. Курс лекцій. МEGУ, Рівне, 2007, -110 с.

Літнарівч Руслан Миколайович
доцент, кандидат технічних наук

МАТЕМАТИКА
Довідник з виконання модульної контрольної
роботи за другий семестр

Навчальне видання

Комп'ютерний набір, редагування, верстка і макетування та
дизайн в редакторі Microsoft®Office® Word 2003
Р.М.Літнарівч

Міжнародний Економіко-Гуманітарний університет
ім.акад. С.Дем'янчука

Кафедра математичного моделювання

33027, м.Рівне, вул. акад. С.Дем'янчука, 4.